

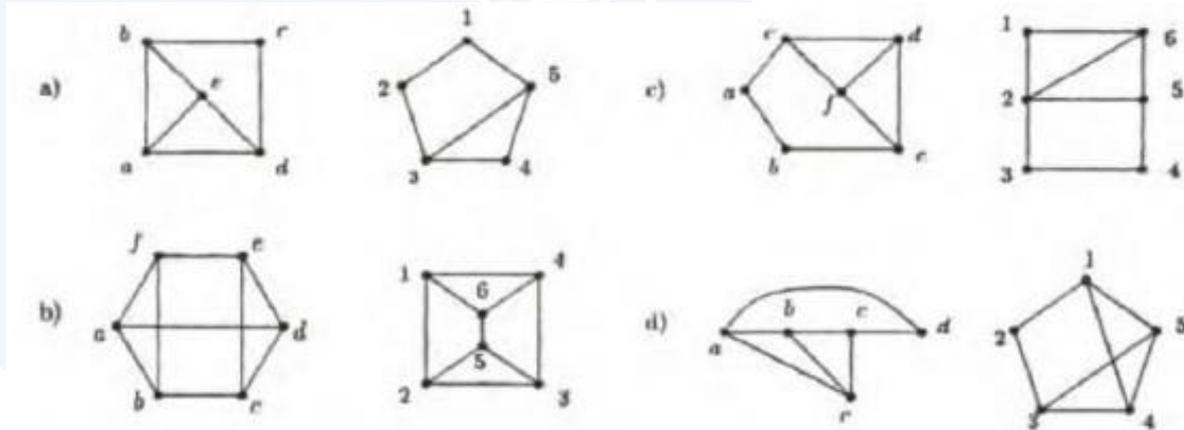


SEMANA: 27

TEMAS: 2, 10 y 17

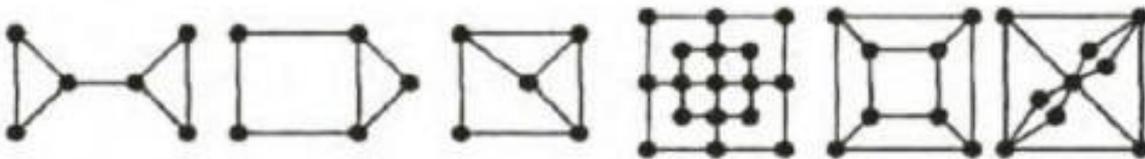
MATERIAL ELABORADO POR: David

1.- Para cada uno de los siguientes pares de grafos decidir, razonadamente, si son o no isomorfos.



2.- Determinar el número de recorridos de longitud 2 y de longitud 3 entre los vértices de  $K_4$ .

3.- En cada uno de los siguientes grafos, estudia si existe un ciclo euleriano y/o un ciclo hamiltoniano.



4.- Una empresa quiere construir un dominó para niños y, a fin de que sea más sencillo, ha decidido eliminar las fichas dobles y que cada una de ellas pueda llegar solamente hasta el 3 (es decir, una ficha tendrá dos valores distintos y cada uno de ellos puede valer 0, 1, 2 ó 3). Sin embargo, se preguntan si con ese dominó se podrá jugar, esto es, si se pueden poner todas las fichas unas a continuación de otra.

a) Resolver el problema considerando las fichas como aristas de un grafo que deberás construir.

Solución: No se puede.

b) ¿Qué ocurre si el dominó tiene fichas que llegan hasta el 4?

Solución: Si se puede.

c) Supongamos que las fichas pueden llegar hasta un cierto valor  $n$ . ¿Para qué valores de  $n$  se podrá jugar y para cuáles no?



Solución: Si  $n$  es impar no se puede jugar. Si  $n$  es par, sí se puede.

## Caso Práctico

5.- Se dan 10 fichas de dominó con puntuaciones (1, 2), (1, 6), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (6, 5) y (4, 5). ¿Es posible poner estas fichas formando un círculo de forma que dos fichas se toquen solamente por los mismos números?

Solución: Si.

6.- Probar que todo grafo  $G = (V, E)$  sin bucles, con un número de vértices mayor o igual que 2 tiene al menos dos vértices con el mismo grado. ¿Es posible que en una fiesta con más de dos invitados cada uno de ellos conozca a un número diferente de invitados?

7.- Debo tomar al menos 60 mg de vitamina A y al menos 90 mg de vitamina B diariamente. En la farmacia puedo adquirir pastillas de dos marcas diferentes, X e Y. Cada pastilla de la marca X contiene 10 mg de vitamina A y 15 mg de vitamina B, y cada pastilla de la marca Y contiene 10 mg de cada vitamina. Además, no es conveniente tomar más de 8 pastillas diarias.

Sabiendo que cada pastilla de marca X cuesta 50 céntimos y que cada pastilla de marca Y cuesta 30 céntimos, calcule de forma razonada cuántas pastillas diarias de cada marca debo tomar para que el coste sea mínimo y cuál es ese coste.

(Canarias 2006)

Solución: 2 pastillas de la marca X y 6 pastillas de la marca Y. Coste = 2,80 €.

8.- Un IES encarga a un fabricante de ropa deportiva sudaderas y/o camisetas con el escudo del centro. El fabricante dispone de 750 m de algodón y 1000 m de poliéster. La confección de cada sudadera precisa de 1 m de algodón y 2 m de poliéster, mientras que cada camiseta requiere de 1,5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio de venta de cada sudadera es de 30 €, mientras que el de cada camiseta es de 24 €. ¿Qué número de sudaderas y/o camisetas debe suministrar para que la venta sea máxima?

Solución: 375 sudaderas y 250 camisetas.

9.- Un pequeño agricultor dispone de 480 m<sup>2</sup> y quiere plantar naranjos y/o perales sabiendo que cada naranjo necesita 16 m<sup>2</sup> y cada peral 4 m<sup>2</sup>. El agricultor dispone de 720 horas de trabajo y se estima que cada naranjo requiere 12 h y cada peral 9 h. El beneficio de cada naranjo es de 300 € y el de cada peral 240 €. Encontrar la distribución idónea de su huerta para que el beneficio obtenido sea máximo.

Solución: 80 naranjos y 0 perales.

10.- Halle el valor mínimo de la función  $z = 8x_1 + 2x_2 + 4x_3$  condicionada por las restricciones lineales siguientes sobre las variables reales y no negativas  $x_1, x_2$  y  $x_3$ :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 10 \\ x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 6 \end{cases}$$

(Com. Valenciana 2009)

Solución:  $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 0, z = 24$



11.- Resuélvase el problema:

Minimizar  $z = 7x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 14x_4$

con las restricciones

$$\begin{cases} -2x_2 + x_3 + x_4 \leq 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 10 \\ 5x_2 - x_3 - 3x_4 \leq 10 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 4 \end{cases}$$

Solución: No hay solución óptima

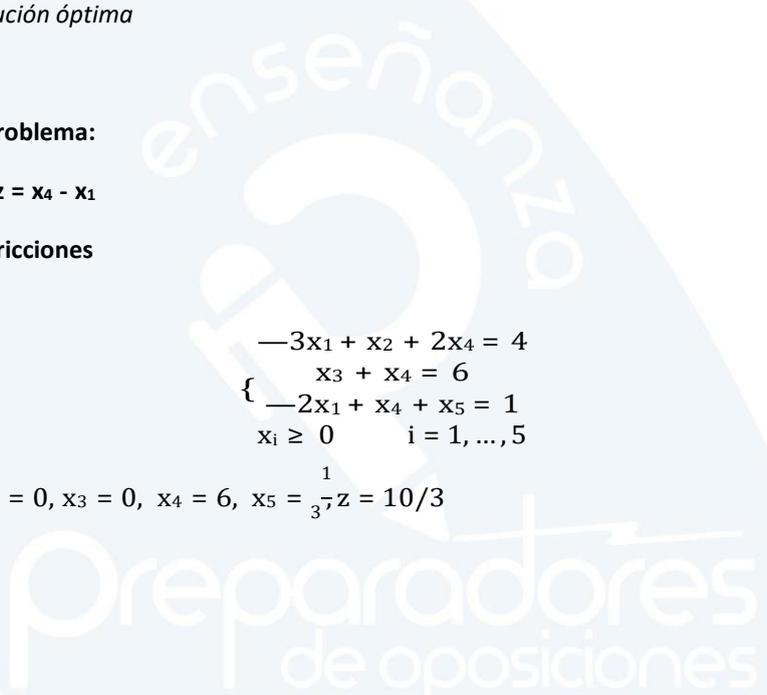
12.- Resuélvase el problema:

Maximizar  $z = x_4 - x_1$

con las restricciones

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_4 = 4 \\ x_3 + x_4 = 6 \\ -2x_1 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

Solución:  $x_1 = \frac{8}{3}, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 6, x_5 = \frac{1}{3}, z = 10/3$



Caso Práctico